

## 什么是一个好的问题？

本文直接节选自以下文章的 8 至 11 页：

Pfannkuch, M., Regan, M., Wild, C. J., & Horton, N. J. (2010). Telling data stories: Essential dialogues for comparative reasoning. *Journal of Statistics Education*, 18(1), 1-38.

你可以在这里阅读全文：<http://www.amstat.org/publications/jse/v18n1/pfannkuch.pdf>

在与数据的对话过程中，我们通过使我们看见和理解的词组富有意义和可视化，来从图片中创造含义 (Bakker, 2004; Makar & Confrey, 2005)。因此推动统计推理的两个关键部分是图像和语言。要确定什么是一个好的问题，我们需要处理：所用的语言是否需要一个展示了问题所要求内容的图像，这个图像是否恰好突出显示了我们需要找到能够回答问题的内容？调查问题是否问到了我们真正的意图(Arnold, 2008)？要回答这些问题，关键是语言的准确运用，词汇和句子结构也同样重要。

我们在指南中的调查问题，“13 岁男孩的右脚长度是否大于 13 岁女孩的右脚长度？”，确保了准确语言运用和思维图像间的强烈关联。这个问题的关键要素，就是问题的最开始，右脚长度。这种句子结构有助于容易地引用关于右脚长度测量分布的图像，一种图像是男孩的，另一种图像是女孩的。两种图像比例相同，以厘米为单位。这种视觉的图像显示了男孩右脚长度的分布比女孩的更远，这是一个合适的图像，因为它是这个年龄阶段比较推理的核心，即两个度量分布的比较。图像不仅展现了问题在问什么，而且还展示了我们回答问题所需要的具体工作：比较男孩和女孩的右脚长度分布，特别是它们的相对位置。根据学生的年龄和统计推断发展阶段的不同，合适的图像会产生变化。在 14 岁时，推断性比较推理的论点直接关系到分布的变化而不是测量中心的变化。调查问题通过使用“倾向”一词来反映这一论点的基础。在之后的阶段，比较推理论点的基础迎合了中心间的相对距离，调查问题应该包含有关分布中心的词语，*平均数、中数甚至典型值*。

一些潜在的假设是这些问题的读者：可以区分总体单位（例如：男孩）和这些单位的测量值（例如：右脚长度）；理解问题中词语的含义（例如：趋势）；当想到右脚长度时，可以想象出一个关于如何右脚长度时如何分布的精神图像，即长度分布的图像。

我们的调查问题同样寻求推动两个总体的概念（13 岁男孩的群体和 13 岁女孩的群体）而不是一个 13 岁孩子的总体以及它的两个子群体，男孩和女孩。我们相信当我们试图建立总体和样本间最初的联系时，对于初学者来说，亚群体和亚样本会令他们感到困惑。该层次的一些学生会仅仅使用总体 (population) 一词表示一个国家的所有居民，例如，“新西兰全体”，或者新西兰的居民总数，“新西兰的人口总数仅仅超过四百万”，而不是任何一个由个体或单位组成的整体的标签。所以在这个调查中，学生需要明白我们处理所有 13 岁男孩的数据（总体），我们对他们的右脚长度感兴趣。相似的事 13 岁女孩的全体，这是两个我们想要比较的总体分布而不是人口本身。

这个年龄阶段的大部分学生把*倾向*作为他们自然语言词汇的一部分。在这里需要更加明确的在技术意义上理解*倾向*的含义。正如准确的语言使用可以唤起精神图像一样，一个图像也可以用来传达语言的意义。可视的形象化是我们解释词语含义最强大的工具。可视的形象化可以表达*倾向*的含义，也可用作比较推理语言中其它的常用关键词，如*分布、位置、重合*以及*转变*等等。然而，对于学生来说，转变的概念是困难的 (Bakker, Biehler, and Konold, 2005)。因此，例如将两种总体分布 A 和 B 相对于彼此进一步的上下转变的学习经验是重要的。类似的，可视的形象化对于分布概念是不足的，学生的学习需要更早的得到支持，经过多年学习，从单一的案例模式转变到整体的分布中去(Konold and Higgins, 2003; Bakker & Gravemeijer, 2004)。因此，在 14 岁学生可以达到参与比较推理的水平之前，我们建议他们

需要具有分布的概念。

展示分布允许运用自然语言与学生进行语言交流：“当我们将分布 A 从分布 B 转移到更大的范围时，A 倾向于大于 B”，同时让他们看到分布 A 相对于分布 B 移动到更大的范围可以让学生在直观上互动。倾向并不意味着分布 A 的每个值都要大于分布 B 的每个值，B 中的一些值可以大于 A 中的值，这意味着分布的完全分离是没有必要的。从学生的自然语言开始，“A 比 B 在范围上更广”这可以成为使用和理解例如分布的等术语的一小步。

学生的日常语言也可以作为理解什么是一个好的问题的出发点。例如，学生可能会问这样一个问题“对于 13 岁的学生，男孩比女孩更大吗？”为了进一步澄清我们所考虑的问题，在下表中我们对这个问题进行细化。我们讨论语言呈现的图像和它们的想法，并解释为什么这些问题是有缺点的。

不同问题措辞和其促进思想的总结

问题	促进的想法	讨论点
对于 13 岁的学生，男孩是否比女孩更大？	在日常语言中提出的问题	学生日常语言提出的问题是好的开始，但是没有明确，如果我们回答这个问题应该从什么方面开始
13 岁的男孩是否比 13 岁的女孩更大？	促进了两个总体思想的形成，但是没有明确“更大”的含义	由于呈现了比较两个总体的思想，这是一个进步，但是仍没有提到所需的测量。我们用“更大”这个词表示什么？我们是否在问他们的身高或是体重？
13 岁男孩是否比 13 岁女孩有更大的右脚尺寸？	在“更大”一词上，明确了一项身体数据，但是仅仅关注个体。	告诉我们右脚尺寸用以决定什么是“更大”。然而这个问题仍然是不清晰的。它是否在问所有男孩的右脚尺寸都要比所有女孩大？我们可以通过使用像中心这样的总结点来帮助改进，使这个问题明确。
13 岁男孩右脚尺寸的典型值/平均值是否比十三岁女孩的典型值/平均值大？	比较了两个总体的汇总点或中心，但是仍然关注个体而不是测量。	“典型值”或“平均值”运用与个体而不是测量上。由于其强大的个性化效果，“平均值”一词常常通过这种方式运用。这是一个普遍的想法。
平均来说，13 岁男孩是否比 13 岁女孩有更大的右脚尺寸？	关注点从两个总体的中心转变至两个分布的中心。	“平均”一词的运用是不清晰的，没有明确该词是运用在个体上还是测量上。
13 岁男孩是否趋向于比 13 岁女孩有更大的右脚尺寸？	相较于测量和分布，更加关注总体中的个体。	仍然把重点放在个体上而不是测量上，而且我们并不清楚需要做什么来回答这个问题。一个可能的解释是，如果有一个 13 岁的男孩和 13 岁的女孩，那么我们是否期望这个男孩的右脚长度比女孩更大？这些问题没有引用任何清晰的可视化的形象，很难想象我们如何找到答案。
13 岁男孩的右脚平均尺寸是否比 13 岁女孩的右脚平均尺寸大？	聚焦与测量以及比较了两个分布的中心位置。	没有分布的图像和相关的变化性。
13 岁男孩的右脚尺寸对于 13 岁女孩的右脚尺寸是否趋向于大？	聚焦于测量和两个分布。	显而易见地描述了两个分布的位置图像。

### 参考文献

- Arnold, P. (2008). What about the P in the PPDAC cycle? An initial look at posing questions for statistical investigation. In *Proceedings of the 11th International Congress of Mathematics Education*. Monterrey, Mexico, 6-13 July, 2008, <http://tsg.icme11.org/tsg/show/15>
- Bakker, A. (2004). Reasoning about shape as a pattern in variability. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 64-83, <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>
- Bakker, A., Biehler, R., & Konold, C. (2005). Should young students learn about boxplots? In G. Burrill & M. Camden (Eds.), *Curricular development in statistics education: International Association for Statistical Education (IASE) Roundtable*, Lund, Sweden 28 June-3 July 2004, (pp. 163-173). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php>
- Bakker, A., & Gravemeijer, K. (2004). Learning to reason about distribution. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 147-168). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Konold, C., & Higgins, T. (2003). Reasoning about data. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter, (Eds.), *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 193-214). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Makar, K., & Confrey, J. (2005). "Variation-Talk": Articulating meaning in statistics. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 27-54, <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>